Colegio superior del Maipo

 Dpto. Matemática

 Nivel Tercero medio Electivo

**MEDIDAS DE DISPERSIÓN**

Ya hemos estudiado las medidas de tendencia central o de centralización: media aritmética, mediana y moda ( , Me, Mo).

Estudiaremos ahora algunas de las llamadas medidas de dispersión: rango, desviación media y desviación típica o estándar

Medidas de dispersión son valores típicos de cada conjunto de datos, que expresan la forma en que ellos se alejan con respecto a cierto valor, que, generalmente, es la media aritmética

**RANGO**

El rango lo estudiamos ya en el tema relativo a las tablas de distribución.

Recordemos:

Rango de un conjunto de datos numéricos es la diferencia entre el mayor y el menor de ellos.

Ejemplo: Un alumno obtuvo las siguientes notas parciales en Matemática: 2 ; 3,9 ; 5 ; 5,9 ; 6,2. Calculemos el rango.

 Rango: 6,2 – 2 = 4,2

¿Qué significado tiene el rango de notas 4,2 respecto de las notas de otro alumno cuyo rango es 2,1?

En el primer caso las notas están más dispersas que en el segundo. No sabemos en qué caso son mejores; Para determinarlo debemos disponer de más información.

**LA DESVIACIÓN MEDIA**

La desviación de un número con respecto a la media aritmética está dada por la diferencia: (La suma de las desviaciones de todos los datos con respecto a su media aritmética es cero.)

**La desviación media** de n datos numéricos es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones de todos los datos con respecto a . La designaremos por DM.

 

Ejemplo1:

Consideremos las notas de Matemática del ejemplo anterior: 2; 3,9; 5; 5,9 y 6,2.

Su media aritmética es = 4,6.

Si calculamos la diferencia de una nota con la media aritmética = 4,6 tendremos la desviación de la nota con respecto a .

Las desviaciones de todas las notas con respecto a = 4,6 se indican en la tabla siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| Nota | Desviación |
| 2,0 | – 2,6 |
| 3,9 | – 0,7 |
| 5,0 | 0,4 |
| 5,9 | 1,3 |
| 6,2 | 1,6 |

Sumemos las desviaciones de todas las notas relativas a su media aritmética.

(-2,6) + (-0,7) 十 0,4 + 1,3 十 1,6 = 0

Calculemos ahora la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones del ejemplo anterior:

El valor 1,32 es la desviación media de todas las notas dadas.

Ejemplo 2:

 EI procedimiento de cálculo, aplicado a la tabla de distribución de frecuencias de los puntajes de P.S.U. con  = 614 (aprox. al entero) es el siguiente.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Puntaje | Marca de clase (x) | Desviación | Frecuencia( f ) |  |
| 350 – 400 | 375 | 239 | 4 | 956 |
| 400 – 450 | 425 | 189 | 6 | 1134 |
| 450 – 500 | 475 | 139 | 9 | 1251 |
| 500 – 550 | 525 | 89 | 20 | 1780 |
| 550 – 600 | 575 | 39 | 31 | 1209 |
| 600 – 650 | 625 | 11 | 80 | 880 |
| 650 – 700 | 675 | 61 | 42 | 2562 |
| 700 – 750 | 725 | 111 | 10 | 1110 |
| 750 – 800 | 775 | 161 | 8 | 1288 |
| 800 – 850 | 825 | 211 | 2 | 422 |
|  |  |  | Σ = 212 | Σ = 12592 |

 y , entonces la desviación media es:

 puntos

Podemos decir que los puntajes se desvían, en Promedio, 59,4 puntos con respecto a la media. Hay que considerar que algunos puntajes son inferiores a ella y otros superiores.

Si los puntajes estuvieran más agrupados en torno a , es decir, menos dispersos, el valor de DM sería menor

**DESVIACIÓN TÍPICA O ESTÁNDAR**

Otra importante medida de dispersión es la desviación típica, que designamos con la letra s.

La desviación típica o estándar expresa el grado de dispersión de los datos con respecto a  y corresponde a la raíz cuadrada de la media del cuadrado de las desviaciones de dichos datos con respecto a su media aritmética.

 o bien en forma resumida

Ejemplos:

1. Calculemos la desviación típica de las siguientes notas de Matemática:

Notas: 2; 3,9; 5; 5,9; 6,2

 = 4,6







En el ejemplo, la nota menor es 2 y se encuentra casi 1,7 desviaciones típicas por debajo de , que es 4,6.

1. Calculemos la desviación típica s de las siguientes notas:

5,2 ; 4,9; 5,0; 5,1; 5,2; 5,3; 4,9; 5,2

Calculamos: = 5,1 ; 

Este valor es considerablemente menor que s = 1,53 del ejemplo anterior.

se debe a que ahora los datos son más homogéneos que en la otra distribución; Presentan escasa dispersión con respecto a su media.

**DESVIACIÓN TÍPICA DE DATOS AGRUPADOS**

En una distribución de frecuencias en la que los intervalos son de igual tamaño Podemos aplicar el método abreviado para el cálculo de la desviación típica.

La fórmula para datos no agrupados 

Si los datos tienen frecuencias f, Se expresa: 

Consideremos los puntajes de P.S.U. correspondientes a los 212 alumnos del ejemplo anterior y calculemos la desviación estándar. ( = 614 )

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Puntaje | Marca de clase (x) | Frecuencia( f ) | Desviación |  |  |
| 350 – 400 | 375 | 4 | – 239 | 57121 | 228484 |
| 400 – 450 | 425 | 6 | – 189 | 35721 | 214326 |
| 450 – 500 | 475 | 9 | – 139 | 19321 | 173889 |
| 500 – 550 | 525 | 20 | – 89 | 7921 | 158420 |
| 550 – 600 | 575 | 31 | – 39 | 1521 | 47151 |
| 600 – 650 | 625 | 80 | 11 | 121 | 9680 |
| 650 – 700 | 675 | 42 | 61 | 3721 | 156282 |
| 700 – 750 | 725 | 10 | 111  | 12321 | 492840 |
| 750 – 800 | 775 | 8 | 161 | 25921 | 207368 |
| 800 – 850 | 825 | 2 | 211 | 44521 | 89042 |
|  |  | Σ = 212 |  | Σ = 208210 | Σ = 1407852 |



### Ejercicios medidas de dispersión

1) Calcular rango, desviación media y desviación estándar para la siguiente distribución

|  |  |
| --- | --- |
| xi | f |
| 5 | 3 |
| 10 | 7 |
| 15 | 5 |
| 20 | 3 |
| 25 | 2 |
|  |  |

2) Calcular rango, desviación media y desviación para los datos de la siguiente distribución

|  |  |
| --- | --- |
| x | f |
| 0–100 | 90 |
| 100–200 | 140 |
| 200–300 | 150 |
| 300-800 | 120 |
|  |  |

3) Sumando 5 a cada número del conjunto 3, 6, 2, 1, 7, 5, obtenemos 8, 11, 7, 6, 12, 10. Probar que ambos conjuntos de números tienen la misma desviación típica pero diferentes medias ¿cómo están relacionadas las medias?.

4) Multiplicando cada número 3, 6, 2, 1, 7 y 5 por 2 y sumando entonces 5, obtenemos el conjunto 11, 17, 9 7, 19 15. ¿Cuál es la relación entre la desviación típica de ambos conjuntos? ¿Y entre las medias?

5) Tenemos dos variables X e Y con el mismo recorrido y media, siendo sus desviación típica 2 y 3 respectivamente. ¿Para cuál de las dos variables el valor de la media es más representativo?

6) Sea una variable con media 8 y desviación típica 0. ¿Qué se puede afirmar sobre el comportamiento de esta variable?

7) Al lanzar 200 veces un dado se obtuvo la siguiente distribución de frecuencias

|  |  |
| --- | --- |
| x | f |
| 1 | a |
| 2 | 32 |
| 3 | 35 |
| 4 | 33 |
| 5 | b |
| 6 | 35 |

Hallar la mediana, la moda y la Desviación media de la distribución, sabiendo que la media aritmética es 3,6.

8) Las edades de los estudiantes de un curso se representaron en el gráfico, determina:

a) Tabla de frecuencias

b) Rango

c) Desviación media

d) Desviación estándar